РЕШЕНИЯ
заданий первого (отборочного) этапа
Республиканской школьной олимпиады «Будущее Республики»

по общеобразовательному предмету **Физика**

Задача 1 (20 баллов).

По графику $v_x(t)$ (см. рис.1) найдите среднюю скорость прямолинейного движения (в течение первой и четвертой минут движения график представляет собой четверть окружности). Может ли приведенный график точно описывать какое-либо реальное движение? Почему?

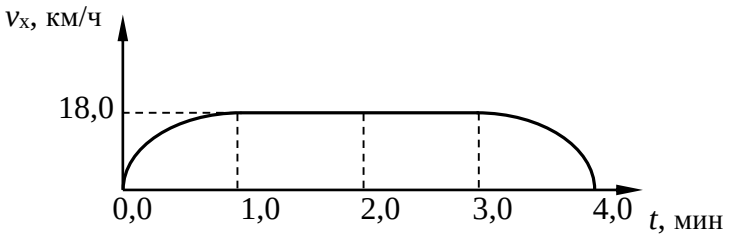


Рис. 1

Дано:	**SI:**
$v_{x\,\max}$ = 18,0 км/ч	5,00 м/с
$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t$ = 1,0 мин	60,0 с
$v_{ср}$ – ?	

Решение:

По определению средняя скорость – это отношение пути s, пройденного телом, ко всему времени движения.

$$v_{ср} = \frac{s}{T}.$$

Время движения

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 4t.$$

Путь численно равен площади фигуры под графиком скорости, которую определим как сумму площадей прямоугольника и полукруга,

$$s = 2v_{x\max}t + \frac{\pi v_{x\max}t}{2}.$$

Средняя скорость равна

$$v_{ср} = \frac{v_{x\max}}{2} + \frac{\pi v_{x\max}}{8} = \frac{v_{x\max}}{2}(1+\frac{\pi}{4}) = 4{,}46 \text{ м/с}.$$

Приведенный график не может точно описывать какое-либо реальное движение, поскольку в начальный и конечный момент времени ускорение равно бесконечности, а этого не может быть по второму закону Ньютона.

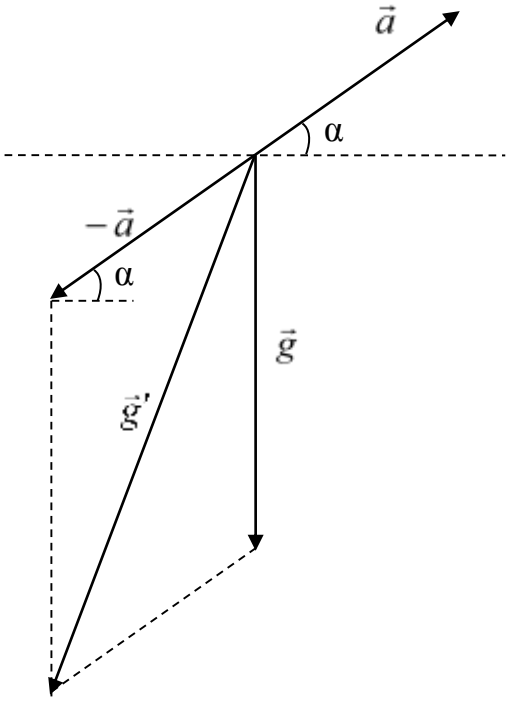
Ответ: $v_{ср} = \frac{v_{x\max}}{2}(1+\frac{\pi}{4}) = 4{,}46$ м/с. Приведенный график не может точно описывать какое-либо реальное движение, поскольку в начальный и конечный момент времени ускорение равно бесконечности, а этого не может быть по второму закону Ньютона.

Задача 2 (20 баллов).

В кабине самолета, взлетающего с аэродрома под углом $\alpha = 30°$ к горизонту с ускорением $a = 4{,}0$ м/с^2, на нити длиной 77 см подвешен шарик диаметром 20 мм. Найдите: сколько колебаний совершит шарик за одну минуту.

Дано:	**SI:**	**Решение:**
$\alpha = 30°$		Небольшой шарик, подвешенный на длинной нити, можно считать математическим маятником.
$a = 4{,}0$ м/с^2		
$L = 77$ см	0,77 м	Ускорение $\vec{g}$ в неподвижной системе отсчета равно векторной сумме ускорения $\vec{g}'$ в движущейся системе отсчета и ускорения $\vec{a}$ самой системы отсчета (см. рис.):
$d = 20$ мм	0,020 м	
$t = 1$ мин	60 с	
$g = 9{,}8$ м/с^2		
N – ?		

$$\vec{g} = \vec{g}' + \vec{a}.$$



Определим модуль этого ускорения. По теореме косинусов имеем:

$$g'^2 = a^2 + g^2 - 2ag\cos(90° + \alpha) =$$
$$= a^2 + g^2 + 2ag\sin\alpha.$$

Следовательно,

$$g' = \sqrt{a^2 + g^2 + 2ag\sin\alpha}. \qquad (1)$$

Период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L + \frac{d}{2}}{g'}}. \qquad (2)$$

Число колебаний шарика за одну минуту

$$N = t/T. \qquad (3)$$

$$N = \frac{t}{2\pi\sqrt{\dfrac{L+\dfrac{d}{2}}{\sqrt{a^2+g^2+2ag\sin\alpha}}}}.$$

После вычислений по формулам (1), (2) и (3), получим

$g' = 12{,}3\,м/с^2$, T = 1,58 с, N = 38 колебаний.

Ответ: $N = \dfrac{t}{2\pi\sqrt{\dfrac{L+\dfrac{d}{2}}{\sqrt{a^2+g^2+2ag\sin\alpha}}}}$ = 38 колебаний.

Задача 3 (20 баллов).

На рис. 2 и рис. 3 показано положение оптической оси, точечного источника S_1 и его изображения S_2, полученное с помощью линзы. Каким является это изображение? Какая это линза? Найдите построением положение оптического центра и фокусов линзы в каждом случае, покажите ход лучей, поясните рисунок. Сделайте анализ полученного результата (длина и высота одной клетки на рисунке – 1 см).

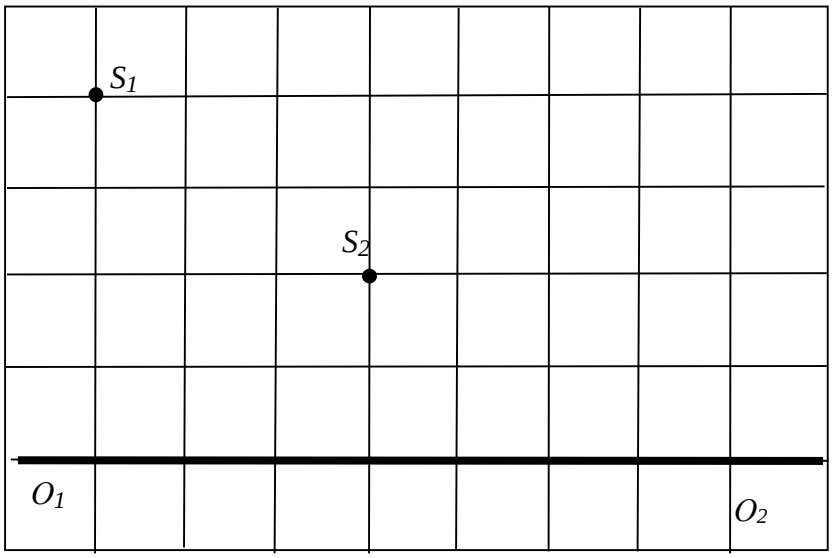


Рис 2.

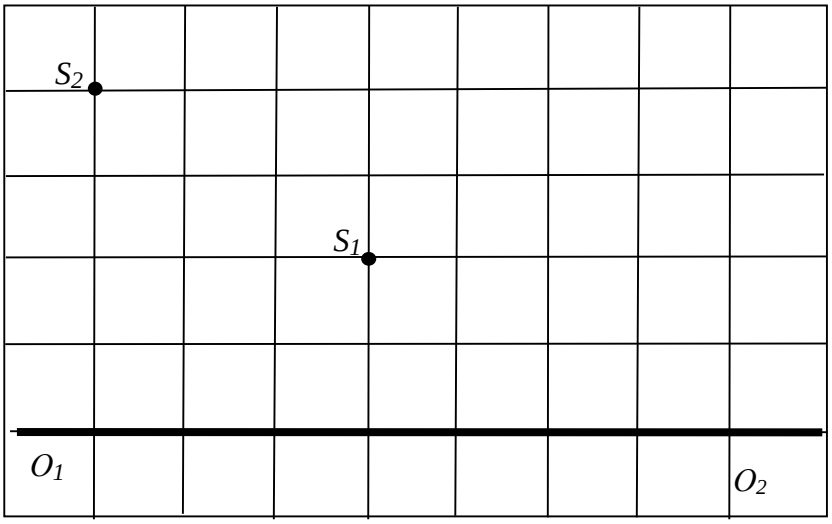
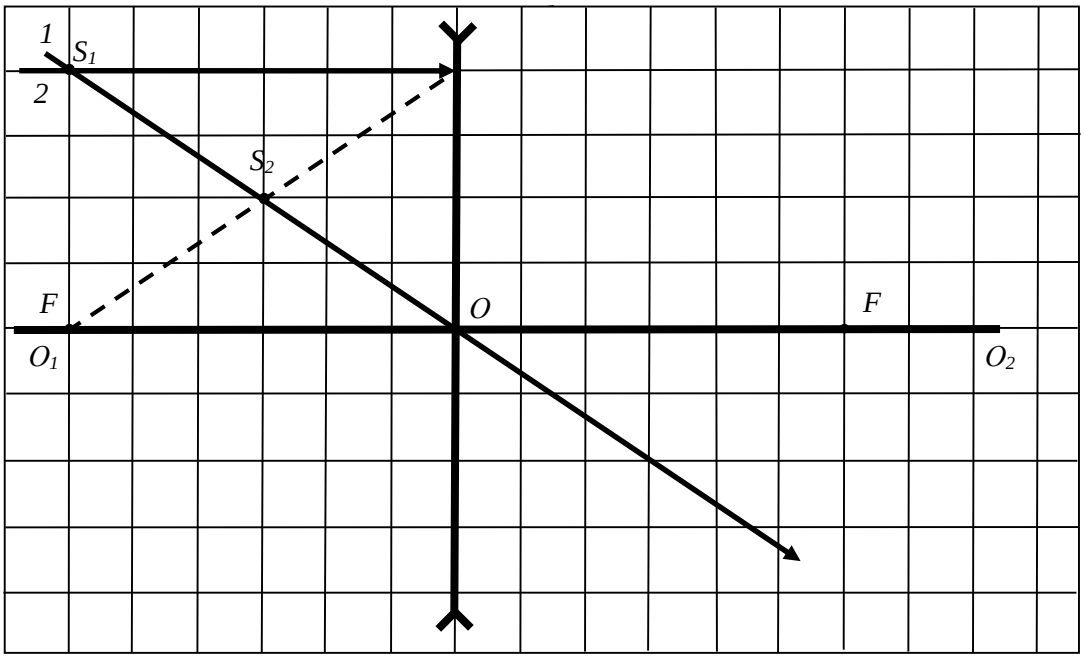


Рис 3.

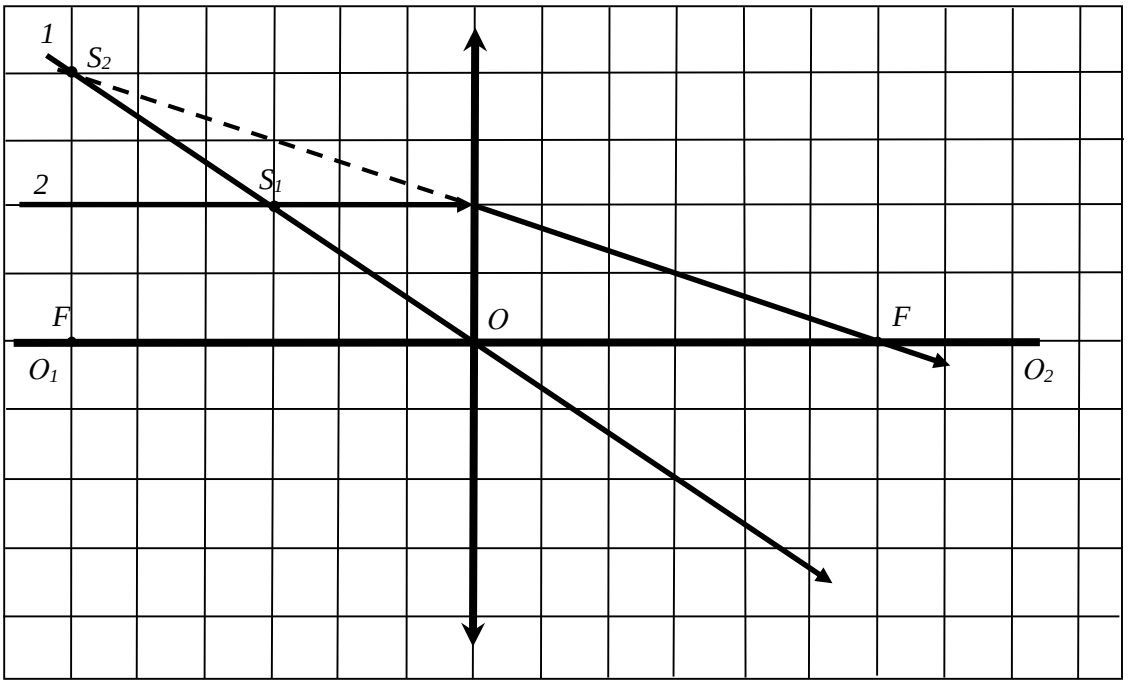
Решение:



Проводим луч *1* через источник S_1 и его изображение S_2. Луч *1* идет вдоль побочной оптической оси и проходит через линзу без преломления. Точка пересечения луча *1* с главной оптической осью O_1O_2 является оптическим центром линзы т. *O*. Через точку *O*, перпендикулярно главной оптической оси, рисуем линзу. Изображение S_2 уменьшенное, мнимое и расположено между источником S_1 и линзой. Такое изображение получают в рассеивающих линзах. Показываем на рисунке, что линза рассеивающая. Луч *2* проводим параллельно главной оптической оси через источник S_1. После преломления в линзе луч идет таким образом, чтобы его продолжение проходило через изображение S_2 (на рис. продолжение луча показано пунктирной линией). Точка, в которой продолжение луча пересекает главную оптическую ось, является главным фокусом линзы. Обозначаем его на рисунке. Отмечаем главный фокус линзы и с другой стороны от нее. Из рисунка определяем фокусное расстояние *F*. Оно равно 6 см.

Формула тонкой линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$, где d – расстояние от источника S_1 до линзы, f – расстояние от линзы до изображения S_2 (это расстояние берем со знаком «минус», так как изображение мнимое), F – фокусное расстояние линзы.

$\frac{1}{F}=\frac{1}{6}-\frac{1}{3}$, $F=-6\text{см}$ (знак «минус» указывает на то, что линза рассеивающая).



Проводим луч *1* через источник S_1 и его изображение S_2. Луч *1* идет вдоль побочной оптической оси и проходит через линзу без преломления. Точка пересечения луча *1* с главной оптической осью O_1O_2 является оптическим центром линзы т. *O*. Через точку *O*, перпендикулярно главной оптической оси, рисуем линзу. Изображение S_2 увеличенное, мнимое и расположено с той же стороны линзы, что и источник S_1. Такое изображение получают в собирающих линзах. Показываем на рисунке, что линза собирающая. Луч *2* проводим параллельно главной оптической оси через источник S_1. После преломления в линзе луч идет таким образом, чтобы его продолжение проходило через изображение S_2 (на рис. продолжение луча показано пунктирной линией). Точка, в которой луч пересекает главную оптическую ось, является главным фокусом линзы. Обозначаем его на рисунке. Отмечаем главный фокус линзы и с другой стороны от нее. Из рисунка определяем фокусное расстояние *F*. Оно равно 6 см.

Формула тонкой линзы $\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}$, где d – расстояние от источника S_1 до линзы, f – расстояние от линзы до изображения S_2 (это расстояние берем со знаком «минус» так как изображение мнимое), F – фокусное расстояние линзы.

$\frac{1}{F}=\frac{1}{3}-\frac{1}{6}$, $F=6\text{см}$.

Ответ: Линза рассеивающая, изображение мнимое уменьшенное и находится между предметом и линзой, фокусное расстояние – 6 см.

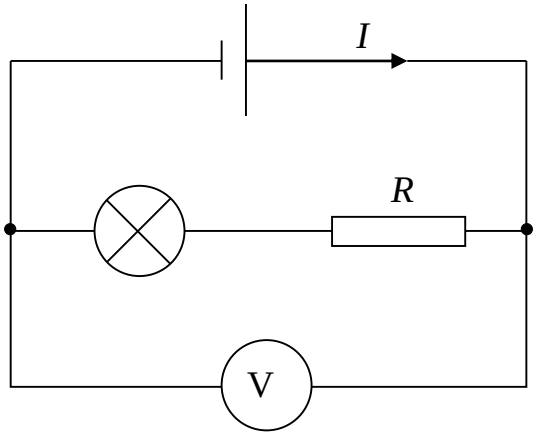
Линза собирающая, изображение мнимое увеличенное и находится с той же стороны линзы, что и предмет, фокусное расстояние 6 см.

Задача 4 (20 баллов).

Сила тока в лампочке пропорциональна корню квадратному из напряжения ($I = k\sqrt{U}$). Лампочку последовательно соединили с резистором R = 64 Ом и подключили к источнику тока с напряжением U_0 = 36 В. Определите напряжение на лампочке, если коэффициент пропорциональности k = 0,14 $\text{А}/\sqrt{\text{В}}$.

.

Дано:	**Решение:**
$I = k\sqrt{U}$ R = 64 Ом U_0 = 36 В k = 0,14 $\text{А}/\sqrt{\text{В}}$ $U_л$ – ?	Т. к. соединение последовательное, сила тока в контуре будет постоянной и одинаковой на всех элементах цепи. В соответствии с законом Ома для участка цепи падение напряжения на резисторе R определяется как: $U_R = RI = Rk\sqrt{U}$. Тогда общее напряжение для последовательного соединения будет: $U_0 = U_л + U_R = U + Rk\sqrt{U}$. (1)



Обозначим $x = \sqrt{U}$. Тогда уравнение (1) можно записать в виде квадратного уравнения

$$x^2 + kRx - U_0 = 0,$$

решениями которого являются

$$x_{1,2} = -(kR/2) \pm \sqrt{(kR/2)^2 + U_0}\,.$$

Один из этих корней отрицателен и не имеет физического смысла. Поэтому

$$x = \sqrt{(kR/2)^2 + U_0} - (kR/2)..$$

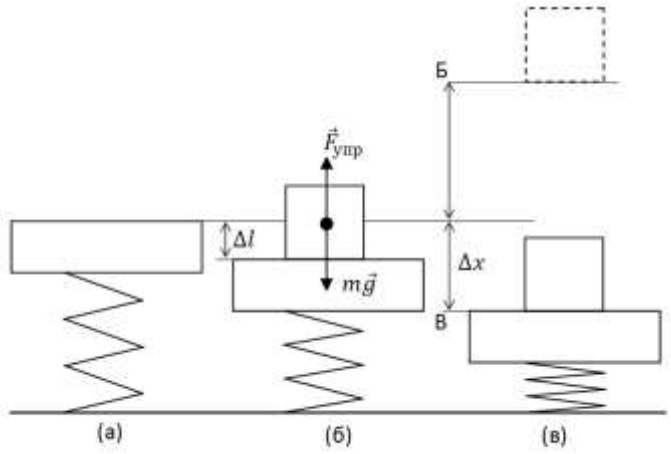
Подставляя числовые значения, получаем $x \approx 3{,}0\ \sqrt{\text{В}}$, а $U \approx 9{,}0$ В .

Ответ: $U \approx 9{,}0$ В .

Задача 5 (20 баллов).

Пружина расположена вертикально. Когда сверху на нее положили груз, то она сжалась на 5 мм. Найдите амплитуду колебаний, если тот же груз упадет на эту же самую пружину с высоты 6 см.

Дано:	**SI:**	**Решение:**
Δl = 5,0 мм h = 6,0 см A – ?	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$ м $6{,}0 \cdot 10^{-2}$ м	Рассмотрим случай, когда тело положили на пружину: на тело действует сила тяжести со стороны Земли $F_{тяж} = mg$, направленная вертикально вниз, и сила упругости со стороны пружины, которая по закону Гука $F_{упр} = -k\Delta l$, где k – коэффициент жесткости пружины, Δl – величина деформации пружины.



Знак «–» показывает, что при сжатии пружины (как в этом случае) возникающая сила упругости направлена в противоположную сторону (в этой задаче вертикально вверх).

Из второго закона Ньютона получаем $F_{упр} = F_{тяж}$;

$$k\Delta l = mg.$$

Отсюда коэффициент жесткости равен $k = \frac{mg}{\Delta l}$.

Далее рассмотрим случай, когда тело упало с высоты h. Из рисунка видно, что разность потенциальных энергий в однородном поле силы тяжести Земли между начальным положением тела и его положением в случае максимального сжатия Δx пружины вследствие падения с высоты h равна $\Delta E_п = mg(h + \Delta x)$. Поскольку и на верхнем уровне (Б) и на нижнем уровне (В) кинетическая энергия равна нулю, то уменьшение потенциальной энергии тела в поле силы тяжести идет на увеличение потенциальной энергии упруго сжатой пружины $\Delta E_{пр} = \frac{k\Delta x^2}{2}$, поэтому

$$mg(h + \Delta x) = \frac{k\Delta x^2}{2}.$$

Отсюда получаем квадратное уравнение:

$$\frac{k\Delta x^2}{2} - mg\Delta x - mgh = 0.$$

Подставляем значение $k = \frac{mg}{\Delta l}$, получаем:

$$\frac{mg\Delta x^2}{2\Delta l} - mg\Delta x - mgh = 0.$$

Приводим уравнение к виду $\Delta x^2 - 2\Delta l\Delta x - 2\Delta lh = 0$.

Решив уравнение, получим 2 корня:

$\Delta x_{1,2} = \frac{2\Delta l \pm \sqrt{4\Delta l^2 + 8\Delta lh}}{2}$ или $\Delta x_1 = \Delta l + \sqrt{\Delta l^2 + 2\Delta lh}$ и $\Delta x_2 = \Delta l - \sqrt{\Delta l^2 + 2\Delta lh}$.

Вспомним, что Δx – величина деформации пружины (максимальное сжатие (см. рис.(в)) от положения равновесия ненагруженной пружины (см. рис.(а))). А в задаче необходимо найти амплитуду колебаний, которая является максимальным отклонением от положения равновесия нагруженной пружины (см. рис.(б)). Положение равновесия ненагруженной и нагруженной пружины отличаются на Δl, см. рис.(а) и рис.(б). Решение квадратного уравнения Δx_1 показывает максимальное сжатие пружины, а Δx_2 – максимальное растяжение пружины. Для нахождения амплитуды и от Δx_1 , и от Δx_2 нужно отнять Δl и взять результат по модулю.

В результате получим, что амплитуда равна $A = \sqrt{\Delta l^2 + 2\Delta lh}$, подставим численные значения $\Delta l = 5$ мм $= 5 * 10^{-3}$ м , $h = 6$ см $= 6 * 10^{-2}$ м и получим

$A = 2{,}5 * 10^{-2}$м $= 25$ мм.

Ответ: $A = \sqrt{\Delta l^2 + 2\Delta lh} = 2{,}5 * 10^{-2}$м $= 25$ мм.

При оценивании учитывается анализ условия задачи, идея метода, рисунок, знание базовых формул, описание решения, умение делать преобразования, правильный ответ и его анализ.