

Задания заочного этапа олимпиады «Абитуриент 2021»

Для заданий 1-10 необходимо предоставить только ответ

1. Найдите $x^4 + \frac{1}{16x^4}$, если $2x + \frac{1}{x} = 6$.
2. Известно, что числа p и q удовлетворяют уравнению $x^2 + px + q = 0$. Найдите p и q .
3. Найдите все значения параметра a , при которых оба корня уравнения $x^2 - 4x + a = 0$ находятся в промежутке $[-2; 4]$.
4. Решите уравнение $|3x^2 + 12x + 9| + x = 0$.
5. Найдите сумму квадратов двух чисел, если известно, что их среднее арифметическое равно 9, а среднее геометрическое равно $6\sqrt{2}$.
6. На поверхности куба найдите точки, из которых диагональ куба видна под наименьшим углом.
7. Найдите все квадратные трехчлены $f(x)$ такие, что $f(x+1) \equiv f(-x)$.
8. Стороны треугольника равны 26 см, 25 см, 17 см. Вычислите отношение площадей треугольников, на которые делит биссектриса меньшего угла данный треугольник.
9. На листе написано 30 единиц. У каждой второй изменён знак. Потом у каждого третьего из полученных чисел изменён знак, потом у каждого пятого изменен знак. Найдите сумму полученных чисел.
10. В квадратную таблицу 3×3 вписаны 9 чисел (не обязательно целых) так, что сумма чисел, стоящих в каждой строке, каждом столбце и на каждой диагонали, равна 15. Какое число стоит в центральной клетке таблицы?

Для заданий 11-15 необходимо предоставить развернутое решение

11. Освободитесь от иррациональности в знаменателе $\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}}$.
12. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12; \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$
13. Найдите расстояние между диагональю A_1C куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 8 и прямой, проходящей через середины ребер BC и $B_1 C_1$.
14. При стрельбе по мишени спортсмен выбивал только по 8, 9 и 10 очков. Всего он, сделав более 11 выстрелов, выбил 100 очков. Сколько выстрелов сделал спортсмен и какие были попадания?
15. Поезд идёт от станции A к станции B . На некотором участке пути, примыкающем к станции B , из-за ремонтных работ поезду разрешена скорость, составляющая только $1/3$ часть первоначальной скорости, поэтому поезд пришёл на станцию с опозданием на 2 ч. На другой день фронт ремонтных работ приблизился к станции B на 30 км, и при тех же условиях поезд опоздал только на 1 ч. Найдите скорость поезда.

Решение задач заочного этапа необходимо прислать в электронном виде (одним pdf-файлом, название которого совпадает с фамилией участника) не позднее **21 марта** на e-mail: olimpiada.fmit.donnu@gmail.com. Подпись и ответы на первые 10 заданий должны быть набраны при помощи компьютера, например, в текстовом процессоре Word. Развернутые решения заданий 11-15 могут быть набраны при помощи компьютера или написаны от руки, а в работу вставлены их скан-копии или

качественные фотографии. После компоновки работы, файл необходимо сохранить в формате pdf. В начале работы нужно указать:

Фамилию, имя, отчество;

Электронный адрес и контактный телефон;

Населённый пункт, в котором учитесь;

Номер школы, класс;

Фамилию, имя, отчество учителя математики.

В случае неправильного оформления, работа может быть отклонена.

Желаем Вам успехов!